

# Was sind Gegenbeispiele?

## Bemerkung 5.1

*Wird eine „einfache“ Aussage (mit Quantifizierung und Bedingung) auf ihren Wahrheitswert überprüft, dann gibt es bekanntlich nur zwei Fälle: Die Aussage ist wahr oder die Aussage ist falsch. Bei einer im Kern vorliegenden Quantorisierung mit dem Allquantor wird im ersten Fall ein Beweis notwendig, im zweiten Fall reicht die Angabe eines Beispiels, das nicht die Bedingung erfüllt. Ein solches Beispiel wollen wir **Gegenbeispiel** nennen. Formal liegt die Begründung in  $\forall x \in M : A(x)$  ist falsch  $\leftrightarrow \neg(\forall x \in M : A(x)) \leftrightarrow \exists x \in M : \neg A(x)$ .*

*Liegt eine Existenzaussage zur Überprüfung vor, dann ist durch die Angabe eines konkreten Beispiels der Beweis zu führen (was durchaus sehr anspruchsvoll sein kann), für das Falsifizieren müssen dann alle möglichen Variablen die Bedingung nicht erfüllen, was wieder durch die Formalisierung  $\exists x \in M : A(x)$  ist falsch  $\leftrightarrow \neg(\exists x \in M : A(x)) \leftrightarrow \forall x \in M : \neg A(x)$  erklärt wird, letztere wollen wir pikanterweise auch **Gegenbeispiel** nennen.*

Im folgenden wollen wir uns zunächst mit dem Falsifizieren von Allaussagen beschäftigen.