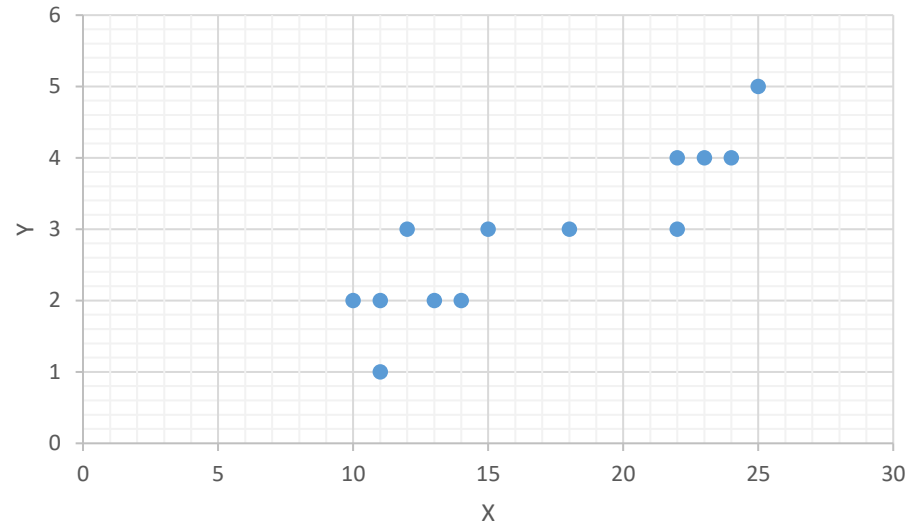


Ein detailliertes Beispiel zur linearen Einfachregression (OLS)

Empirische Sozialforschung & Statistik

Beispieldaten

i	X	Y
1	13	2
2	18	3
3	25	5
4	15	3
5	10	2
6	23	4
7	22	4
8	11	2
9	22	3
10	14	2
11	11	1
12	12	3
13	24	4



Siehe Vorlesung 4:25

- X: Summenscore
- Y: Item d

Modell & OLS-Schätzung

Modell: $\hat{y}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_X x_i$

Residuen: $e_i = y_i - \hat{y}_i$

OLS-Schätzung (der Parameter b_0 und b_X): $s_e^2 \rightarrow \min$

$$SAQ = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = s_e^2(n - 1)$$

Partielle Ableitungen Null setzen:

- $\frac{\delta SAQ}{\delta \hat{b}_X} = \sum_{i=1}^n \left(2(y_i - \hat{b}_0 x_i - \hat{b}_X)(-1) \right) = 0 \Rightarrow \hat{b}_X = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i y_i) - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n (x_i^2) - n \bar{x}^2} = r \frac{s_Y}{s_X}$
- $\frac{\delta SAQ}{\delta \hat{b}_0} = \sum_{i=1}^n \left(2(y_i - \hat{b}_0 x_i - \hat{b}_X)(-x_i) \right) = 0 \Rightarrow \hat{b}_0 = \bar{y} - \hat{b}_X \bar{x}$

OLS-Schätzungen, Residuen, Modellgüte

i	X	Y	XY	X ²	\hat{Y}	e ²	(u+e) ²
1	13	2	26	169	2,23327862	0,05441892	0,85207101
2	18	3	54	324	3,11243332	0,01264125	0,00591716
3	25	5	125	625	4,3432499	0,4313207	4,31360947
4	15	3	45	225	2,5849405	0,17227439	0,00591716
5	10	2	20	100	1,7057858	0,08656199	0,85207101
6	23	4	92	529	3,99158802	7,0761E-05	1,15976331
7	22	4	88	484	3,81575708	0,03394545	1,15976331
8	11	2	22	121	1,88161674	0,0140146	0,85207101
9	22	3	66	484	3,81575708	0,66545961	0,00591716
10	14	2	28	196	2,40910956	0,16737063	0,85207101
11	11	1	11	121	1,88161674	0,77724808	3,69822485
12	12	3	36	144	2,05744768	0,88840487	0,00591716
13	24	4	96	576	4,16741896	0,02802911	1,15976331
$\Sigma=$	220	38	709	4098		3,33176036	14,9230769
mean=	16,9230769	2,92307692					
mean ² =	286,390533						
$\hat{b}=$	0,17583094	-0,05252359				R²=	0,77673771

OLS-Schätzungen, Residuen, Modellgüte

Modellgleichung: $\hat{y}_i = -0.0525 + 0.1758x_i$

